

A HISTÓRIA DOS INCOMENSURÁVEIS: PODERÁ DESENCADear UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA?

Eloiza Gomes

**Mestre em Ensino de Matemática – Escola de Engenharia Mauá
São Caetano do Sul, Brasil**

Katia Vigo Ingar

**Mestre em Matemática – Universidad Nacional del Callao
Lima, Perú**

Modalidade: Comunicação Científica

Resumo

A experiência das autoras no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, nos cursos de engenharia, mostra que o conceito de número irracional, para muitos alunos, é um número que não pode ser escrito na forma de fração ou cuja representação decimal é infinita e não periódica. Além disso, configura-se como um número sem utilidade, pouco desafiador e desligado dos demais temas da matemática. Tal percepção gera uma limitação na compreensão mais profunda de alguns assuntos desta disciplina. Assim, o objetivo deste artigo é discutir a história dos incomensuráveis, a utilização da história da matemática na superação de obstáculos epistemológicos e didáticos, propondo uma reflexão a respeito da utilização da história na aprendizagem-significativa dos números irracionais no ensino básico.

Palavras Chaves: incomensuráveis, história da matemática, ensino-aprendizagem

Introdução

"Creio que não é possível compreender as matemáticas de hoje se não se tiver pelo menos uma ideia sumária de sua história"
Jean Dieudonné¹

Observa-se que a imagem que se transmite aos alunos em muitos colégios, bem como aos futuros professores em muitas universidades é de que a matemática é formada por uma série de conteúdos já feitos e acabados, imutáveis, que já “nasceram” prontos, sem que houvesse, em sua gênese, uma série de problemas e algumas crises. Como afirma Peters (2005), olhar para a Matemática deste modo poderá criar nos alunos um aprendizado desprovido de significado. Recorrer, entre outras coisas, a utilização da História da Matemática no ensino da disciplina contribuirá sobremaneira para que se crie, nos estudantes, uma compreensão maior e melhor do conhecimento matemático.

¹ Jean Alexandre Eugène Dieudonné (1906-1992), matemático francês, membro do Grupo Bourbaki.

Um dos conhecimentos matemáticos que merece atenção é o dos incomensuráveis. O texto a seguir, discute inicialmente alguns aspectos da história dos incomensuráveis, a existência de uma crise ou não, como argumentam alguns autores. Posteriormente, tece alguns comentários sobre a utilização da História da Matemática no ensino-aprendizagem da disciplina a fim de motivar o uso na discussão dos incomensuráveis.

Os Incomensuráveis

Os pitagóricos, que, como filósofos pré-socráticos, tinham considerado dogmático o núcleo de sua filosofia de que "os números são a essência do universo", encontram em seu teorema principal – chamado de Pitágoras – consequências que vão contra os fundamentos da sua doutrina, que os levou a estabelecer um paralelo entre o conceito numérico e representação geométrica. Na verdade, o quadrado, que é uma das figuras geométricas mais simples, fornece uma entidade geométrica "terrível", no qual há um segmento, a diagonal, que não é consumensurável com outro segmento, o lado. Em outras palavras, não há nenhuma proporção entre a diagonal e o lado, que pode ser tomado como unidade, para medir ambos os segmentos. Também acontece no pentágono regular, tão simbólico para os pitagóricos – diagonal e o lado do pentágono são segmentos que não podem ser medidos por uma unidade comum. A crença de que os números poderiam medir tudo foi uma mera ilusão. Então, foi eliminada da geometria a possibilidade de medir com precisão. Foi descoberta a magnitude incomensurável ou irracional, isto é, números que não podem ser expressos por meio de razões.

O tema dos incomensuráveis está presente na maioria dos estudos sobre a História da Matemática. O historiador da matemática Howard Eves, em sua obra, *Great Moments de Mathematics* dedicada ao tema dos incomensuráveis dois capítulos onde afirma:

A descoberta dos números irracionais e magnitudes incomensuráveis causou consternação nas ideias pitagóricas dando um golpe mortal na sua filosofia que dependiam de inteiros. [...] Como pode um número irracional, como $\sqrt{2}$, depender dos números inteiros se não pode ser expresso como a razão de dois deles? O senso comum e intuição são contrariados por constatação geométrica – existem segmentos que não podem ser medidos por uma unidade comum. Mas toda a teoria da proporção pitagórica e das figuras semelhantes eram baseadas neste pressuposto óbvio, assim, grande parte da geometria pitagórica foi subitamente invalidada. Precipitou-se uma grave crise dos fundamentos da matemática. Tão grave foi o escândalo lógico que implantado enormes esforços para manter o segredo e uma lenda terrível surgiu sobre, o Hipasos de Metaponto, que de acordo com alguns, morreu no mar e, de acordo com outros, ele foi banido da Comunidade Pitagórica e foi construído um túmulo, como se tivesse morto. (EVES, 1969, p. 28)

Alguns autores discordam que a descoberta dos incomensuráveis tenha gerado uma crise tão dramática como citado acima.

[...] a descoberta é tida como tendo provocado uma crise nos fundamentos da matemática daquele tempo; mas comentadores como o próprio Aristóteles não a mencionam, e a ideia pode ser uma interpolação aistórica de alguns gregos posteriores, ou mesmo um mal-entendido. [...] Assim, longe de experimentar uma crise de fundamentos,

os gregos antigos podem ter gozado uma época de grandes jornadas matemáticas. (GONÇALVES; POSSANI, 2010, p. 7)

A divergência entre a ideia de crise ou não, pode ser explicada pelo modo em que se buscam os fatos da época pitagórica.

[...] desde a década de 1960, estudos na área têm apontado uma falta de rigor histórico na posição de que a descoberta dos incomensuráveis teria gerado uma crise entre os pitagóricos. (GONÇALVES; POSSANI, 2010, p. 1)

Tudo o que se sabe sobre as descobertas e interesses matemáticos dos pitagóricos provém de relatos escritos muitos séculos posteriores e, assim, não muito confiáveis. Por exemplo, muitos estudiosos pensaram que Pitágoras nunca descobriu o teorema que leva o seu nome.

Os incomensuráveis podem ter gerado uma mudança conceitual da noção de número, não para os pitagóricos, mas causando uma ruptura do pensamento da Antiguidade que foi de grande importância para o estudo da evolução da Matemática, mas não necessariamente uma crise.

Uso da História da Matemática no ensino-aprendizagem da Matemática

A utilização da História da Matemática como metodologia, não só em sala de aula, mas também nos livros didáticos do ensino básico parece comum nos dias de hoje. Segundo matemático francês Jean Dieudonné² o conhecimento da História da Matemática é a chave para a compreensão da própria matemática. Essa visão nem sempre foi assim conforme a citação:

Ser contra a "História da Matemática" e seus possíveis usos didáticos pode soar hoje como uma heresia, mas no limiar da era da "Matemática Moderna", André Lichnerowicz³, um dos maiores defensores da implantação da estruturação curricular ditada por esse movimento nas escolas francesas afirmava: "(As matemáticas modernas)... não são um método novo para ensinar matemática; trata-se de ensinar as matemáticas tal como elas estão hoje e tal como poderão servir às crianças que dentro de quinze anos estarão na vida ativa e num mundo diferente [...] o que se tinha passado até o presente era o ensino das matemáticas numa ordem histórica e, ao mesmo tempo, com a filosofia da época que as tinha visto brotar [...]. (VIANNA, 1998, p. 2)

Alguns autores, como citado em Vianna (1998), argumentam que o conhecimento do passado da matemática não é significativo para a compreensão da matemática atual. Para os defensores desta visão a matemática é considerada uma Ciência exata como afirma Brolezzi (1991):

Esse distanciamento entre a Matemática ensinada hoje nas escolas e seu desenvolvimento ao longo do tempo reforça a ideia de que a Matemática, considerada a Ciência exata por excelência, está muitas vezes associada a um falso imobilismo que nenhuma Ciência de fato apresenta. (BROLEZZI, 1991, p. 1)

Vianna (1998) ainda comenta que alguns autores justificam o não uso da História da Matemática por falta de literatura disponível. Muitos textos apresentam os resultados, mas nada revelam sobre a forma como se chegou aos mesmos. Brolezzi (1991) salienta o perigo de usar a história apenas para a apresentação de fatos ou curiosidade,

² apud VIANNA, 1998, p. 2

³ André Lichnerowicz (1915-1998), matemático francês.

Uma Matemática viva, em progresso, ou seja, em construção, surge aos olhos dos alunos quando se recorre à História da Matemática. Mas esse recurso não é tarefa trivial. Faltam, como dissemos, informações históricas adequadas ao ensino da Matemática elementar. Além disso, há o perigo de se ficar na superficialidade de uma utilização de fatos da História da Matemática como meras curiosidades sem nenhuma implicação no tratamento dos conteúdos matemáticos em si. (BROLEZZI, 1991, p. 1)

Argumentos contra o uso da história da Matemática como que o tempo dedicado em discutir história deveria ser utilizado para ensinar Matemática e que percorrer o caminho histórico das descobertas seria mais árduo do que o caminho lógico, aparecem ainda em Vianna (1998). Este último argumento remete a uma antiga questão sobre o ensino de matemática a diferença entre o método de descoberta e o método da exposição.

Vianna (2000) discute as aparições da História da Matemática em sequências didáticas e as ordena em quatro categorias: motivação, informação, estratégia didática e imbricada no conteúdo.

Nesta concepção, introduzir a História da Matemática para o ensino dos incomensuráveis, como estratégia didática, poderia desencadear o processo de aprendizagem significativa pelo aluno, por exemplo, do conceito de $\sqrt{2}$?

Observa-se, como argumenta Miguel (1994 apud MELLO, 1998, p. 28) que tradicionalmente as passagens nos livros didáticos com referências aos números irracionais, reduzem-se a um amontoado de regras de operar com radicais que acabam por constituir-se para os alunos em conhecimentos pouco úteis, pouco desafiadores e desligados dos demais temas presentes nos programas de Matemática. Este fato distancia-se da elevada dosagem de imaginação, sutileza e ousadia que impregnaram sua produção histórica.

Por outro lado, as grandes questões em Matemática que foram fonte de progresso considerável, como o caso dos irracionais, são ao mesmo tempo obstáculos epistemológicos para os alunos. Para Bachelard (19-? apud MOTTA, 2006, p. 35), o conhecimento científico ocorre por meio da superação dos “obstáculos epistemológicos”, ou seja, obstáculos surgidos no ato de conhecer na forma de conflitos e lentidões que causam a estagnação e até a regressão no progresso da ciência, causados por conhecimentos antigos, que resistem às novas concepções para manter a estabilidade intelectual, sendo que um obstáculo de origem epistemológica é verdadeiramente constitutivo do conhecimento e pode ser encontrado na história do conceito. Na visão de Henry (1991, apud MELLO, 1998, p. 33), a História da Matemática ajuda na superação dos obstáculos epistemológicos, mas, por não ser usual nos livros-texto a presença da História, é possível que o professor despreze esse enfoque e tenhamos como consequência a deficiência dos alunos.

A história dos incomensuráveis apresentada nas aulas como situação didática, poderá superar o obstáculo dos alunos. Caberá ao professor, sem a necessidade de reproduzir todos os meandros da história, criar as situações adequadas para gerar uma aprendizagem significativa dos irracionais, por exemplo, do $\sqrt{2}$.

Considerações finais

A História da Matemática usada em sala de aula como uma forma de reproduzir a elaboração de um conceito, não, necessariamente, reflete o que foi a realidade de uma época, mas sim a possibilidade de trabalhar a redescoberta de tal conceito a partir da discussão sobre a objetividade e a validade universal da Matemática.

Uma história tão rica como os incomensuráveis, tão abordada e discutida em livros e artigos da História da Matemática, não poderá passar despercebida no ensino.

Desvincular o conceito dos incomensuráveis da História da Matemática causa, no mínimo, um empobrecimento cultural para os alunos, corroborando uma desvalorização do desenvolvimento da Matemática das diferentes épocas de toda uma humanidade.

Referências bibliográficas

BROLEZZI, A. C. **A Arte de Contar**: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática. São Paulo. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1991, 79 p.

BROLEZZI, A. C. **A Tensão entre o Discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática**. São Paulo. Doutorado em Educação. Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1996, 89 p.

EVES, H. **An Introduction to the History of Mathematics**. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1969, 464 p.

GONÇALVES, C., POSSANI C. **Revisitando a descoberta dos incomensuráveis na antiga Grécia**, São Paulo. RT-MAT 2010-3. 2010, 10 p.

MELLO, S. B. **A compreensão do conceito de números irracionais e sua história**: um estudo junto a alunos dos cursos de ciências exatas. Revista Symposium, Recife, v. 3, n. 1, p. 27-36 Jan-Jun/1999.

MOTTA, C. D. V. B. **História da Matemática na Educação Matemática**: Espelho ou Pintura? Santos: Comunicar, 2006.

PETERS, J. R. **A história da matemática no ensino fundamental**: uma análise de livros didáticos e artigos sobre história. Santa Catarina. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, 2005, 146 p.

VIANNA, C. R. **História da matemática na educação matemática**. In: Anais VI Encontro Paranaense de Educação Matemática. Londrina: Editora da UEL, 2000, p. 15-19.

VIANNA, C. R. **Usos Didáticos Para a História da Matemática**. In: Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática. (Ed.) Fernando Raul Neto. Recife-PE, 1998. pp. 65-79.